LYCEE TECHNIQUE O . CHATTI M'SAKEN
PROF : MR : BAHLOUL RIDHA

Classe 3 $^{\text{éme}}$ Math

Le 15/12/2020

DEVOIR DE SYNTHESE N°1

Durée 2 H

EXERCICE N°1 : Cocher la bonne réponse :

1) $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x - 5} \right) =$ a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) 2.

2) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 2} \right) =$ a) 0 b) $+\infty$ c) - 1.

3) $\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ **sont deus vecteurs non nuls tels que :** $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) \equiv \frac{223\pi}{6} [2\pi]$, alors la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$ est égale à: a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{-5\pi}{6}$.

4) $\vec{W}$ **et** $\vec{X}$ **sont deux vecteurs non nuls tels que :** $(\widehat{\vec{W}, \vec{X}}) \equiv \frac{941\pi}{5} [2\pi]$, alors la mesure principale de $(-2\vec{W}, -3\vec{X})$ est : a) $\frac{\pi}{5}$ b) $-\frac{\pi}{5}$ c) $\frac{6\pi}{5}$.

EXERCICE N°2 : Soit f la fonction définie sur **IR \ {3}** par :
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} + x & si \ x < 0 \\ x^3 - 3x + 2 & si \ 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3} & si \ x > 1 \end{cases}$$

1) a) Calculer : $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, en déduire que la courbe **(** φ **)** de f admet une asymptote horizontale que l'on précisera.
   b) Calculer : $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ **et** $\lim_{x \to -\infty} f(x) - 2x$.
   c) Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ **et** $\lim_{x \to +\infty} f(x) - x$.
   d) Calculer : $\lim_{x \to 3^+} f(x)$ **et** $\lim_{x \to 3^-} f(x)$, en déduire que la courbe **(** φ **)** de f admet une asymptote verticale que l'on précisera.
2) a) Montrer que f est continue en **0**.
   b) Etudier la continuité de f en **1.**
   c) Déterminer le domaine de continuité de **f**.
3) Calculer les deux limites suivantes : $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ **et** $\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
4) Montrer que l'équation **f (x) = 2 x** admet dans **[0 , 1]** une solution β.
5) Soit **g (x)** = $\frac{5x - 2}{x}$ et **a** un réel non nul.

   Vérifier que : $g(\beta) = \beta^2$ et que $\lim_{x \to \beta} \frac{g(x) - \beta^2}{x - \beta} = \frac{2}{\beta^2}$.

EXERCICE N°3 : Le plan est orienté dans le sens direct.

1) Soit **ABC** un triangle tel que **BC = 6 , AC = 3 et** $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv -\frac{35\pi}{3}\ [2\pi]$.

   a) Vérifier que la mesure principale de $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ **est** $\frac{\pi}{3}$ **.**Faire une figure.

   b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, en déduire que **ABC** est rectangle en **A,** en déduire **AB =** $3\sqrt{3}$**.**

2) Soit **D** le point du plan tel que **ABCD** soit un parallélogramme.

   a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB})$**.**

   b) Montrer que $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB} = -27$**.**

3) Soit **E et F** les points du plan tel que **BCEF** soit un carré de sens indirect.

   a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE})$

      et $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BF})$**.**

   b) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ **,** $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BF}$ puis $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BE}$**.** En déduire **cos** $(\frac{5\pi}{12})$**.**

EXERCICE N° 4 : Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un triangle **ABD** rectangle et isocèle en **A** tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{-27\pi}{2}\ [2\pi]$.

1) a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

   b) Faire une figure et déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$.

2) Soit **C** le point tel que le triangle **BCD** soit isocèle **en C** et $(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}}) \equiv \frac{-23\pi}{6}\ [2\pi]$.

   Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$. Placer le point **C.**

3) Soit **I** le point tel que $(\widehat{\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BI}}) \equiv \frac{301\pi}{3}\ [2\pi]$ **et** $(\widehat{\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IA}}) \equiv \frac{25\pi}{6}\ [2\pi]$.

   a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB})$.

   b) Montrer que les droites **(AI) et (BD)** sont perpendiculaires.

   c) En déduire que les points **A, I et C** sont alignés**.**